Anisotropic Heisenberg Ferromagnets (II)

AUTHOR(S):

浅野, 太郎

Anisotropic Heisenberg Ferromagnets (II)

東大教養図学教室　浅 野 太 郎

（6月20日受理）

著者は前報[1]で，異方的なハイゼンベルク強磁性体について，Lee-Yang theorem と Griffiths 不等式を証明したが，後者は，外部磁場がない時についてだった。しかし，Griffiths の第一不等式は，均一な正の磁界がある場合にもなりたつ事が簡単に分かるので，ここで一言断っておく。ハミルトニアンは

$$H = -\sum_{n \geq i > i \geq 1} J_{ij} H_{ij}$$

$$H_{ij} = \frac{1}{2}(\sigma_i^z \sigma_j^z - 1) + \frac{1}{2} \gamma_{ij} (\sigma_i^x \sigma_j^x + \sigma_i^y \sigma_j^y)$$

$$\beta J_{ij} \equiv NK_{ij} > 0 , \quad 1 > \gamma_{ij} > -1 .$$

とする。次の関数

$$\Phi_N = \sum_{\{\sigma\}} \prod_{i=1}^{n} z_i^{\sigma_i} < \{\sigma\} | P^N(N) | \{\sigma\} >$$

$$P(N) = \exp(K_{n\,n-1} H_{n\,n-1}) \times \cdots\cdots$$

$$\times \exp(K_{12} H_{12})$$

は Lee-Yang lemma を充し，その結果，Nが十分に大きく，又全ての z_i が $z_i \geq 1$ の時には，

$$\sum_{\{\sigma\}} \prod_{i=1}^{m} (\sigma_i z_i^{\sigma_i}) < \{\sigma\} | P^N(N) | \{\sigma\} > \prod_{i=m+1}^{n} z_i^{\sigma_i} \geq 0$$

が成立する。ここで前報では，$z_i = 1$ にとったのだが，$z_i = \exp(\beta h)$，（$h \geq 0$，外部磁場）にとれば，$z_i \geq 1$，しかも磁化がHと交換するので，

$$\mathrm{Tr}\left[\Pi\,\sigma_i^{z}\,\exp(\beta h M)\,P^{N}(N)\right] \geq 0\,,$$

$N \rightarrow \infty$ の極限をとって，

$$\mathrm{Tr}\left[\prod_{i=1}^{m}\sigma_i^{z}\,\exp(-\beta H + \beta h M)\right] \geq 0$$

$$M = \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^{z}$$

が得られる。Ising model では，不均一な磁界 $h_i > 0$ があっても成立する[2)]のだが，多分 Heisenberg model でも同じだろうと思われる。不均一な時には，奇数個の σ についてなら Ghost spin の方法で，

$$\langle\sigma_1^{z}\rangle \geq 0\,, \qquad \langle\sigma_1^{z}\sigma_2^{z}\sigma_3^{z}\rangle \geq 0 \;\cdots$$

が得られる事は分かる。多分簡単な事だと思うのだが，今一寸思いつかない。

Reference

1) T. Asano, to be published in J. Phys. Soc. Japan 29 No.2.
T. Asano, Phys. Rev. Letters 24 (1970) 1409
2) T. Asano, Prog. theor. Phys 43 No.5.

Heisenberg Ferromagnets に関する厳密な諸定理 — Errortum（物性研究 Vol 14（1970）72）

Page 73.　4行，$|\sigma_1 \cdots \sigma_n\rangle \rightarrow \langle\sigma_1 \cdots \sigma_n|$.
Page 76.　10行，12行の exp（$-\beta$h）は exp（$-\beta$H）
Page 79.　11行，説く→解く
Page 81.　17行，（2.9）をとる
Page 77.　3行，（3.2）を入れる
Page 79 ～ 87.　§4に於ける式の番号（2.−）は全て（4.−）に直す。
§4の文章中の式も全て（2.−）→（4.−）
Page 86.　19行，$g \in \mathscr{L}(\{z\},\{\zeta\})$ なら → $g(\{z\},\{\zeta\})$ で $f * g$ が

(D.1)の(I)を充せば

Page 88. 15行,「定義しよう。」の後に「G_nは(D.1)の(I)を充す。」を入れる。

Page 89. 13行, exp($K_{23}H_{23}$)の後に … exp($K_{2n}H_{2n}$)を加える。

Page 91. 2行,「正数なら,」の次に「Nが十分大きければ」を加える。

Page 93. 20行,「の時なので」の後に「各t≠0で」を入れる。

Page 96. 3行,「f_2は」の後に「z_1^2の一次式で」を入れる。

又,著者がこの様な事実の存在をしったのは, C.Kawabata and M.Suzuki, J.Phys. Soc. Japan 28 (1970) 16. 及び C.Kawabata, J.Phys. Soc. Japan 28 (1970) 861. の計算器実験によってである。その他文献は1)の Reference を見られたい。